

新型杠杆式准零刚度隔振系统动力学研究

Dynamic Study of a Novel Lever – type Quasi – zero Stiffness Vibration Isolation System

李 坤

(河海大学 力学与工程科学学院, 南京 211100)

摘要: 为降低基础激励对设备的影响, 提出了一种新型杠杆式准零刚度隔振器。通过静力学分析, 推导了系统非线性回复力和刚度的表达式, 并确定了静平衡位置处的准零刚度条件。通过拉格朗日方程, 建立了系统的动力学方程。利用谐波平衡法, 得到了绝对位移传递率表达式。分析了质量比、杠杆比、刚度比、阻尼比和位移激励幅值对位移传递率曲线影响的机理。结果表明: 在低频区域, 通过与传统准零刚度隔振系统、线性隔振系统的对比, 新型杠杆式准零刚度隔振系统的绝对位移传递率曲线峰值更低, 起始隔振频率比更小, 有效隔振范围更广, 隔振效果更好, 并且新型杠杆式准零刚度隔振系统对较大位移激励下的振动也起到良好的隔振效果。研究成果为小幅值低频甚至超低频振动的隔离提供了新的思路。

关键词: 非线性刚度; 非线性阻尼; 杠杆结构; 准零刚度隔振器; 低频隔振

中图分类号: O328; O322 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005–8249 (2025) 06–0150–08

DOI:10.19860/j.cnki.issn1005–8249.2025.06.025

LI Kun

(College of Mechanics and Engineering Science, Hohai University, Nanjing 211100, China)

Abstract: In order to reduce the influence of foundation excitation on the equipment, a novel lever – type quasi – zero – stiffness vibration isolator was proposed. Through static analysis, the expressions of nonlinear restoring force and stiffness of the system were derived, and the quasi – zero stiffness condition at the static equilibrium position was determined. Through the Lagrange equation, the dynamic equation of the system was established. Using the harmonic balance method, the absolute displacement transmissibility expression was obtained. The influence mechanism of mass ratio, leverage ratio, stiffness ratio, damping ratio and displacement excitation amplitude on the displacement transmissibility curve is analyzed. The results show that in the low frequency region, by comparing with the traditional quasi – zero stiffness vibration isolation system and the linear vibration isolation system, the peak value of the absolute displacement transmissibility curve of the novel lever – type quasi – zero stiffness vibration isolator is lower, the initial vibration isolation frequency ratio is smaller, the effective vibration isolation range is wider, and the vibration isolation effect is better. The novel lever – type quasi – zero stiffness vibration isolation system also has a good vibration isolation effect under large displacement excitation. The research results provide a new idea for the isolation of small amplitude low frequency or even ultra – low frequency vibration.

Key words: nonlinear stiffness; nonlinear damping; leveraged structure; quasi – zero – stiffness vibration isolator; low – frequency vibration isolation

0 引言

在现代工业环境中，精密仪器设备的应用日益广泛，而它们对周围环境的振动非常敏感。振动是生活中常见的现象，振动的存在会造成环境激励的出现，影响仪器设备的工作性能^[1]。例如，地铁运行时对建筑物产生的微振动会对建筑物内精密仪器设备的正常工作产生不利影响^[2]。因此，对建筑物内的精密仪器设备的振动隔离尤为重要。

精密仪器设备的振动常以低频、微振作为其特点，因此传统的线性隔振器难以发挥良好的隔振效果，其原因是：线性隔振器只有在外激励频率大于主系统固有频率的 $\sqrt{2}$ 倍时才能起到良好的隔振效果^[3]。即便减小弹簧刚度可以实现低频隔振的目的，但也会导致在相同负载下，系统静位移增大，承载能力降低，进而降低稳定性^[4-5]。

为解决这一问题，学者们进行了大量的研究。研究表明，将正刚度与负刚度结构并联放置可以得到准零刚度隔振器，其具有高静刚度和低动刚度的特性，能使系统具有更好的低频隔振效果^[6-7]。目前，实现负刚度的结构包括斜弹簧、电磁弹簧、欧拉屈曲梁、凸轮-滚子等形式。ZHAO 等^[8]将两对斜弹簧与竖直弹簧并联构建了新型准零刚度系统，该系统可以在静态平衡位置处实现较低的动态刚度，且范围更广。柴凯等^[9]利用电磁力输出稳定和便于调节的结构特点，提出了电磁式准零刚度隔振器的设计方案，并通过试验进行验证，为低频和超低频情况下的准零刚度的设计拓展了思路。利云云^[10]、邵敏强等^[11]研究了基于欧拉屈曲梁的准零刚度隔振系统，并通过试验加以验证。田海洋等^[12]研究了含凸轮-滚子结构的多自由度非线性准零刚度隔振装置，在水平方向和竖直方向上均有效降低了起始隔振频率，提高了隔振性能。

上述准零刚度隔振系统的负刚度结构会额外增加主系统的质量，不利于实现轻量化的设计，会增加成本。因此，提出了一种新型杠杆式准零刚度隔振器。在静平衡位置安装刚度为 k_h 的水平弹簧来实现负刚度单元，补偿竖直方向的正刚度^[13]。同时，在负刚度结构中设置水平阻尼，还可以实现非线性阻尼力^[14]，可以提高在强激励下的隔振性能。杠杆

结构具有放大质量效应的作用^[15]，还可以放大非线性回复力和阻尼力^[16]，在提高隔振性能的同时，还能实现轻量化设计。通过静力学分析建立静力学模型，推导出非线性回复力和刚度的表达式，并作近似处理。应用谐波平衡法推导出系统的动力学方程，并与数值结果相比较，研究设计参数对系统绝对位移传递率的影响，并将新型杠杆式准零刚度隔振系统与传统准零刚度隔振系统、线性隔振系统作比较，进一步展示了该隔振系统隔振性能优越性。

1 隔振器模型与静力学特性分析

1.1 隔振器模型

图1为新型杠杆式准零刚度隔振系统（LQZS）的示意图，包括负载、竖直弹簧、竖直阻尼器、杠杆元件、杠杆端部质量块以及安装在杠杆端部质量块两侧的水平弹簧和水平阻尼器。如图1（a）所示， m_1 、 m_L 、 m_2 分别为负载、杠杆元件、杠杆端部质量块的质量， k 为竖直弹簧刚度， c 为竖直阻尼器阻尼系数， k_h 为水平弹簧刚度， c_h 为水平阻尼器阻尼系数， $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 分别为负载和杠杆端部质量块的绝对位移， $u(t)$ 为基础激励且 $u(t) = u_0 \sin(\omega t)$ 。

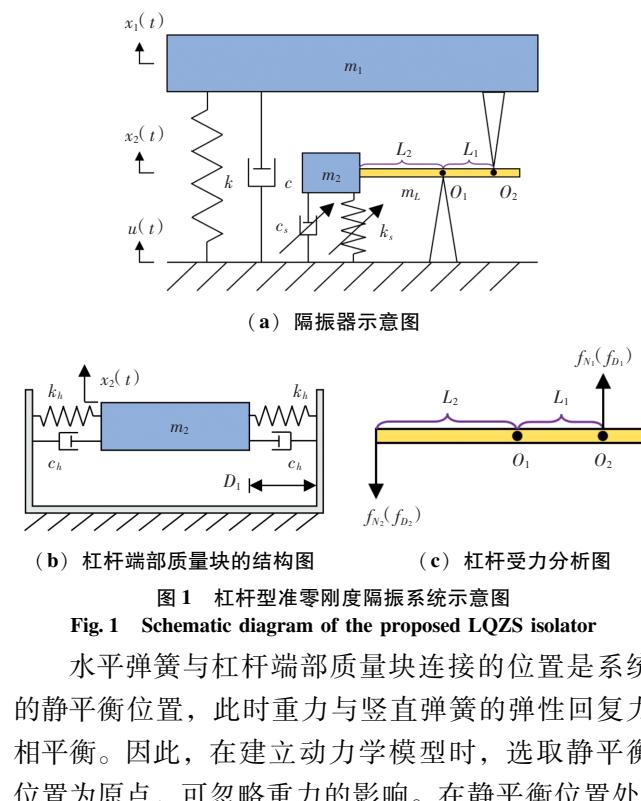


Fig. 1 Schematic diagram of the proposed LQZS isolator

水平弹簧与杠杆端部质量块连接的位置是系统的静平衡位置，此时重力与竖直弹簧的弹性回复力相平衡。因此，在建立动力学模型时，选取静平衡位置为原点，可忽略重力的影响。在静平衡位置处，

研究与应用

水平弹簧呈压缩状态, 如图 1 (b) 所示, D_0 是水平弹簧原始长度, D_1 是水平弹簧压缩后的长度。

如图 1 (c) 所示, L_1 表示杠杆转动的支点 O_1 到负载的支点 O_2 的距离, L_2 表示 O_1 到杠杆端部质量块的距离, 定义杠杆比 $\eta = L_2/L_1$ 。假设杠杆的刚度足够大, 无弹性变形。由于位移激励较小, 杠杆转动的角度 φ 也较小, 故令 $\varphi = (x_2 - u)/L_1$ 。

1.2 静力学特性分析

由图 1 (a) 可知, 当杠杆端部质量块 m_2 向上运动位移为 $x_2(t)$ 时, 水平弹簧的径向变形长度为:

$$\delta = D_0 - \sqrt{D_1^2 + (x_2 - u)^2} \quad (1)$$

由几何关系可知, 杠杆端部质量块 m_2 在竖直方向上受到的弹性回复力为:

$$f_{N_2} = 2k_h \left[\frac{D_0}{\sqrt{D_1^2 + (x_2 - u)^2}} - 1 \right] (x_2 - u) \quad (2)$$

如图 1 (c) 所示, 当杠杆在端部受到弹性回复力 f_{N_2} 时, 杠杆在 O_2 点受到的力 $f_{N_1} = \eta f_{N_2}$ 为:

$$f_{N_1} = 2\eta k_h \left[\frac{D_0}{\sqrt{D_1^2 + (x_2 - u)^2}} - 1 \right] (x_2 - u) \quad (3)$$

因为负载 m_1 受到的竖直方向的非线性回复力 f'_{N_1} 与 f_{N_1} 是一对相互作用力, 所以 $f'_{N_1} = f_{N_1}$ 。因此, 结合式 (3) 和 $x_2 - u = -\eta (x_1 - u)$, 并令 $z = x_1 - u$, 可以求出负载 m_1 在竖直方向上总的弹性回复力 f_N :

$$f_N = kz - 2\eta^2 k_h \left[\frac{D_0}{\sqrt{D_1^2 + \eta^2 z^2}} - 1 \right] z \quad (4)$$

将 f_N 与位移关系式进行无纲化处理, 得到无量纲化后的力为:

$$F_N = Z - 2\eta^2 k_h \left[\frac{d}{\sqrt{1 + \eta^2 Z^2}} - 1 \right] Z \quad (5)$$

其中, $F_N = f_N/(kD_1)$, $k_h = k_h/k$, $d = D_0/D_1$, $Z = X_1 - U = (x_1 - u)/D_1$ 。

式 (5) 对 Z 求微分得到无量纲刚度:

$$K_N = 1 + \frac{2\eta^4 k_h d Z^2}{(\eta^2 Z^2 + 1)^{3/2}} - 2\eta^2 k_h \left(\frac{d}{(\eta^2 Z^2 + 1)^{1/2}} - 1 \right) \quad (6)$$

当系统处于静平衡位置时, $K_N(Z=0) = 0$, 则准零刚度产生的条件是:

$$1 - 2\eta^2 k_h (d - 1) = 0 \quad (7)$$

由式 (7) 可知, 准零刚度产生的条件和水平弹簧与竖直弹簧的刚度比 k_h 、杠杆比 η 、水平弹簧原长与压缩后的长度比 d 有关。然而在实际工程中, 由于制造公差的原因, 准零刚度很难实现, 而且负的刚度值会使系统在静平衡点处失去稳定性。因此, 为了保证系统在静平衡点处的稳定性, 系统需要在静平衡处产生正刚度。

图 2 是 $d = 1.11$ 时参数 k_h 和 η 的取值区域图, 在有效取值区域内, $1 - 2\eta^2 k_h (d - 1)$ 为正值; 在无效取值区域内, $1 - 2\eta^2 k_h (d - 1)$ 为负值, 此时, 系统在静平衡点处失去稳定性。因此, 参数 k_h 和 η 要在有效取值区域内进行取值。

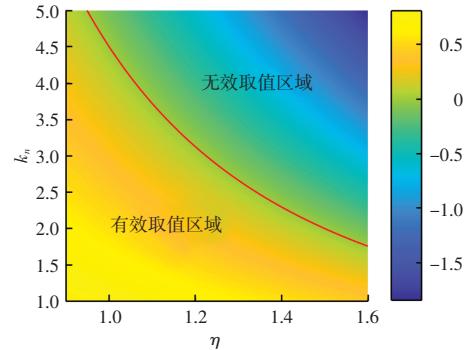


图 2 η 和 k_h 的取值区域
Fig. 2 The value region of η and k_h

1.3 回复力和刚度的近似表达式

为了简化后续的动力学分析, 使用泰勒级数将无量纲的回复力进行三阶展开, 即对式 (5) 在静平衡位置进行三阶泰勒展开。因此, 回复力可以近似表示为:

$$F_N = (1 + 2\eta^2 K_{h1}) Z + \eta^4 K_{h2} Z^3 \quad (8)$$

其中, $K_{h1} = k_h (1 - d)$, $K_{h2} = k_h d$ 。

对式 (8) 中的变量 Z 求微分, 可得无量纲刚度 K_N 的近似表达式:

$$K_N = 1 + 2\eta^2 K_{h1} + 3\eta^4 K_{h2} Z^2 \quad (9)$$

图 3 为无量纲回复力 F_N 和无量纲刚度 K_N 关于位移的精确表达式与近似表达式的对比曲线, 参数选择为: $d = 1.11$, $\eta = 1.2$ 。由图 3 可见, 在静平衡位置附近, 精确表达式与近似表达式之间误差较小; 当位移大于 0.2 m 时, 近似表达式与精确表达式之间的误差开始变大。然而, 准零刚度隔振器一般用来解决低频微幅值的振动问题, 因此, 在小位移范围内,

泰勒三阶近似表达式与精确表达式吻合较好, 可以满足计算的精度要求。

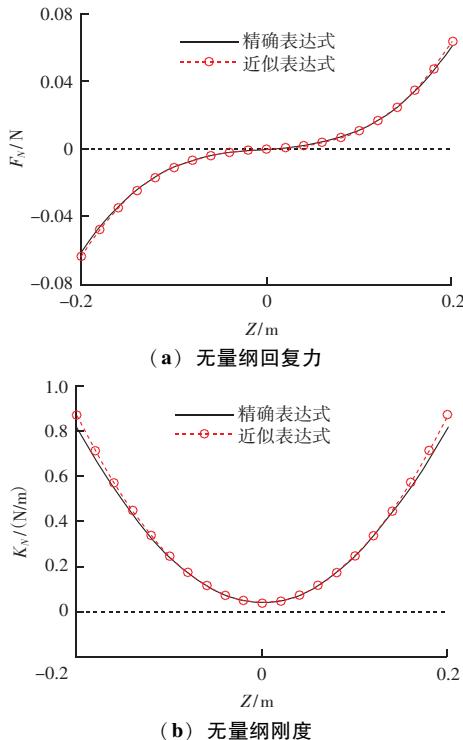


图3 无量纲回复力和刚度的精确表达式与近似表达式的比较

Fig. 3 Comparison of exact and approximate expressions of dimensionless restoring force and stiffness

由图4可知, 参数 $d = 1.11$, $k_n = 3$ 。随着杠杆比 η 的增加, 由于杠杆的放大作用, 较低的负刚度被放大, 用来补偿正刚度, 使无量纲刚度 K_N 接近于零^[17]。

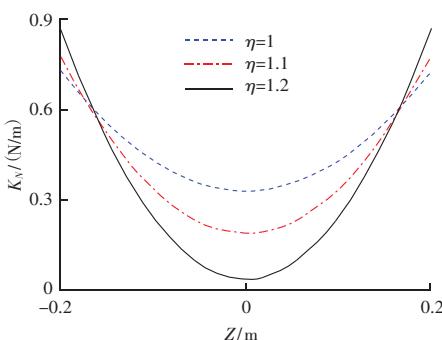


图4 不同杠杆比下的无量纲刚度

Fig. 4 Dimensionless stiffness under different η

2 动力学建模与求解

2.1 非线性阻尼特性

由于负刚度结构中水平阻尼的作用, 杠杆端部质量块 m_2 在竖直方向上受到非线性阻尼力。水平弹簧的径向变形量 δ 已由式 (1) 得出, 因此水平

弹簧的径向变形速度可以通过式 (1) 对时间求导得到, 即

$$\dot{\delta} = \frac{-(x_2 - u)(\dot{x}_2 - \dot{u})}{\sqrt{D_1^2 + (x_2 - u)^2}} \quad (10)$$

如图1 (c) 所示, 施加在杠杆端部质量块的阻尼力在竖直方向上的分力 f_{D_2} 为:

$$f_{D_2} = \frac{-2c_h(x_2 - u)^2(\dot{x}_2 - \dot{u})}{[D_1^2 + (x_2 - u)^2]} \quad (11)$$

杠杆在 O_2 点受到的力 f_{D_1} 为:

$$f_{D_1} = \eta f_{D_2} = -2\eta c_h \frac{(x_2 - u)^2(\dot{x}_2 - \dot{u})}{D_1^2 + \eta^2(x_2 - u)^2} \quad (12)$$

由于负载 m_1 受到竖直方向的非线性阻尼力 f'_{D_1} 与 f_{D_1} 是一对相互作用力, 所以 $f'_{D_1} = f_{D_1}$ 。结合式 (12) 和 $x_2 - u = -\eta(x_1 - u)$, 求得 f'_{D_1} 为:

$$f'_{D_1} = 2\eta^4 c_h \frac{(x_1 - u)^2(\dot{x}_1 - \dot{u})}{D_1^2 + \eta^2(x_1 - u)^2} \quad (13)$$

为了便于后续分析, 将非线性阻尼力 f'_{D_1} 用泰勒级数在 $x_1 - u = 0$ 处展开, 得到:

$$f'_{D_1} = \frac{2\eta^4 c_h (x_1 - u)^2(\dot{x}_1 - \dot{u})}{D_1^2} \quad (14)$$

2.2 动力学方程

如图1 (a) 所示, 研究在简谐位移激励下新型LQZS 系统的动力学特性, $u(t) = u_0 \sin(\omega t)$ 。考虑杠杆元件的质量和转动惯量, 系统的总动能为:

$$T = \frac{1}{2} \left[m_1 \dot{x}_1^2 + m_2 \dot{x}_2^2 + \int_{-L_2}^{L_1} \frac{m_L}{L_1 + L_2} (\dot{s}\varphi + \dot{u})^2 ds \right] \quad (15)$$

系统的总势能为:

$$V = \frac{k(x_1 - u)^2}{2} + k_h \left[D_0 - \sqrt{D_1^2 + (X_2 - u)^2} \right]^2 \quad (16)$$

非保守力的总虚功为:

$$\delta W = -c(\dot{x}_1 - \dot{u})\delta x_1 - f'_{D_1}\delta x_1 \quad (17)$$

代入拉格朗日方程:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = Q \quad (18)$$

研究与应用

其中, $L = T - V$, L 为拉格朗日函数, 又称动势。

结合 $x_2 - u = -\eta (x_1 - u)$, 系统的动力学方程为:

$$M_1 \ddot{x}_1 + c(\dot{x}_1 - \dot{u}) + f'_{D_1} + f_N = M_2 \ddot{u} \quad (19)$$

其中, $M_1 = m_1 + \eta^2 m_2 + m_L (1 - \eta + \eta^2) / 3$,

$M_2 = m_2 (\eta + \eta^2) + m_L (1 - \eta + \eta^2) / 3 - m_L (1 - \eta) / 2$ 。

引入无量纲参数: $\mu_1 = m_2 / m_1$, $\mu_2 = m_L / m_1$,

$\Omega = \omega / \omega_0$, $\omega_0 = \sqrt{k/m_1}$, $\tau = \omega_0 t$, $d = D_0 / D_1$, $\xi = c / (2m_1 \omega_0)$, $\xi_h = c_h / 2m_1 \omega_0$, $K_{h1} = k_n (1 - d)$, $K_{h2} = k_n d$, $X_1 = x_1 / D_1$, $U = u / D_1$, 代入到式 (19), 得到无量纲的动力学方程:

$$\begin{aligned} \hat{M}_1 \ddot{X}_1 + 2\xi(\dot{X}_1 - \dot{U}) + 4\eta^4 \xi_h (X_1 - U)^2 (\dot{X}_1 - \dot{U}) + \\ (1 + 2\eta^2 K_{h1})(X_1 - U) + \eta^4 K_{h2} (X_1 - U)^3 = \hat{M}_2 \ddot{U} \end{aligned} \quad (20)$$

其中, $\dot{X}_1 = dX_1 / d\tau$, $\ddot{X}_1 = d^2 X_1 / d\tau^2$, $U = U_0 \sin(\Omega \tau)$, $\hat{M}_1 = 1 + \eta^2 \mu_1 + \mu_2 (1 - \eta + \eta^2) / 3$, $\hat{M}_2 = \mu_1 (\eta + \eta^2) + \mu_2 (1 - \eta + \eta^2) / 3 - \mu_2 (1 - \eta) / 2$ 。

2.3 频率响应

利用谐波平衡法 (HBM) 求解式 (20) 的近似解析解, 忽略高阶谐波项, 并设相对位移的周期响应为 $Y = X_1 - U = Y_0 \cos(\Omega \tau + \theta)$, 其中 Y_0 为响应幅值, θ 为相位角。将 $U = U_0 \sin(\Omega \tau)$ 和 Y 代入式 (20) 得:

$$\begin{cases} \cos \theta = Y_0 \left(\frac{3}{4} K_{h2} Y_0^2 \eta^4 - M_1 \Omega^2 + 2K_{h1} \eta^2 + 1 \right) / (\Omega^2 U_0 V) \\ \sin \theta = -Y_0 (2\xi + \xi_h Y_0^2 \eta^4) / (\Omega U_0 V) \end{cases} \quad (21)$$

其中, $V = U_0 (\hat{M}_1 - \hat{M}_2)$ 。因 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$, 可消去 θ , 从而得到系统的幅频特性方程:

$$\begin{aligned} \Omega^4 U_0^2 V^2 = Y_0^2 \left(\frac{3}{4} K_{h2} Y_0^2 \eta^4 - M_1 \Omega^2 + 2K_{h1} \eta^2 + 1 \right)^2 \\ + (\Omega Y_0 (2\xi + \xi_h Y_0^2 \eta^4))^2 \end{aligned} \quad (22)$$

联立式 (21) 和式 (22), 可以求出相对位移的响应幅值 Y_0 和相位角 θ 。

2.4 位移传递率

选取绝对位移传递率 T_D 作为隔振性能指标, 其具体表达式见式 (23)。为了便于研究, 将式 (23) 取对数写成分贝形式 T_d (the decibel form)^[18]:

$$T_D = \left| \frac{Y + U}{U} \right| = \sqrt{\frac{U_0^2 + Y_0^2 + 2U_0 Y_0 \cos \theta}{U_0^2}} \quad (23)$$

$$T_d = 20 \cdot \lg(T_D) \quad (24)$$

当 T_d 为负数时, 表示基础传递到负载 m_1 的绝对位移稳态幅值小于简谐位移激励幅值, 这表明隔振器起到了很好的隔振效果, 且 T_d 越小, 隔振器的隔振效果越好。

此外, 位移传递率曲线与 $T_d = 0$ 的交点所对应的频率比, 称为起始隔振频率比。起始隔振频率比越低, 有效隔振范围越大。

选取如下参数: $U_0 = 0.01$, $\eta = 1.2$, $\mu_1 = 0.04$, $\mu_2 = 0.01$, $k_n = 3$, $\xi = 0.01$, $\xi_h = 0.1$, $d = 1.11$ 。如图 5 所示, 通过比较, 谐波平衡法与龙格库塔法 (RKM) 计算出的结果良好且一致, 验证了谐波平衡法计算结果的准确性。

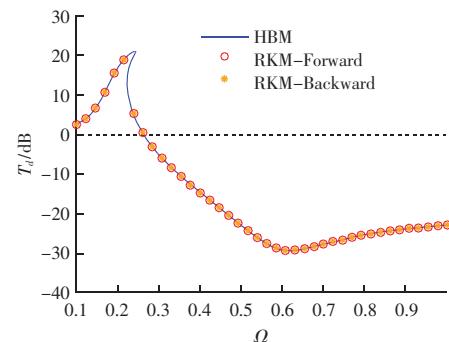


图 5 绝对位移传递率的解析解与数值解的比较
Fig. 5 Comparison between the analytical and numerical solutions of the absolute displacement transmissibility

3 参数研究

系统研究参数对新型 LQZS 系统隔振性能的影响, 包括质量比、杠杆比、刚度比、阻尼比和位移激励幅值。无量纲参数的取值与第 2.4 节参数值相同。

3.1 质量比

由图 6 可知, 当质量比 μ_1 分别取 0.02、0.04、0.06 时, 随着质量比 μ_1 的增大, 位移传递率曲线峰值有所降低, 而且起始隔振频率比也有明显减小,

有效隔振范围有所扩大。其原因是：杠杆结构的放大作用使杠杆端部质量块产生的惯性力被放大，使系统的有效质量增加，这有利于实现系统的轻量化设计。然而，增大质量比 μ_2 对位移传递率曲线几乎没有影响，这表明杠杆元件质量的变化对位移传递率曲线的影响较小。

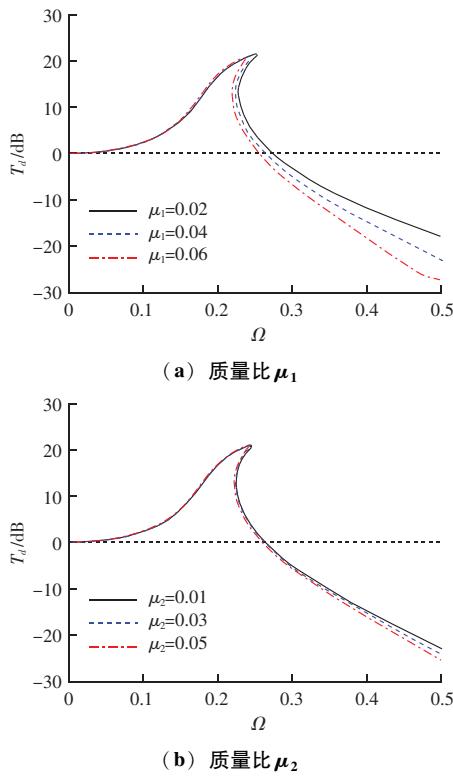


图 6 质量比对绝对位移传递率的影响

Fig. 6 The effect of mass ratio on absolute displacement transmissibility

3.2 杠杆比

由图 7 可知，杠杆比 η 分别取 1、1.1、1.2，随着杠杆比 η 的增大，位移传递率曲线峰值显著降低，其对应的频率比也向低频移动，起始隔振频率比也

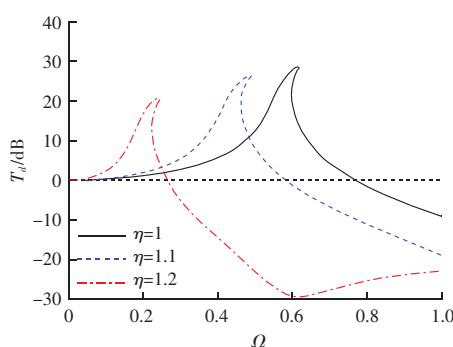


图 7 杠杆比对绝对位移传递率的影响

Fig. 7 The effect of leverage ratio on absolute displacement transmissibility

明显减小，有效隔振范围扩大。由此可见，在有效取值区域内，杠杆比越大，隔振效果越好。

3.3 刚度比

由图 8 可知，刚度比 k_n 分别取 2、2.5、3，随着刚度比 k_n 的增加，位移传递率曲线整体向低频偏移，其峰值显著降低，峰值对应的频率比和起始隔振频率比也明显减小，有效隔振范围扩大。因此，在有效取值区域内，增大刚度比 k_n ，可以提高系统的隔振性能。

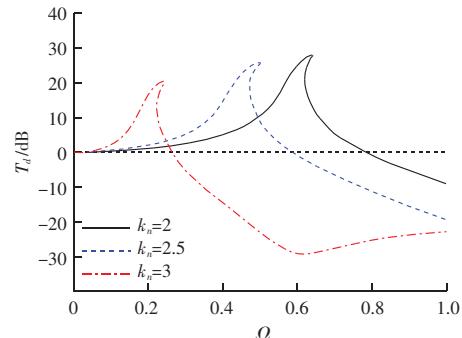


图 8 刚度比对绝对位移传递率的影响

Fig. 8 The effect of stiffness ratio on absolute displacement transmissibility

3.4 阻尼比

由图 9 可知， ξ 分别取 0.005、0.01、0.015，当竖直阻尼比 ξ 增大时，竖直方向的线性阻尼力增大，位移传递率曲线峰值明显降低，其对应的频率比也明显减小，但起始隔振频率比未发生变化。可见，增加竖直阻尼比可以提高系统在低频时的隔振性能，使位移传递率曲线峰值降低，但不能减小起始隔振频率比而拓宽有效隔振范围。

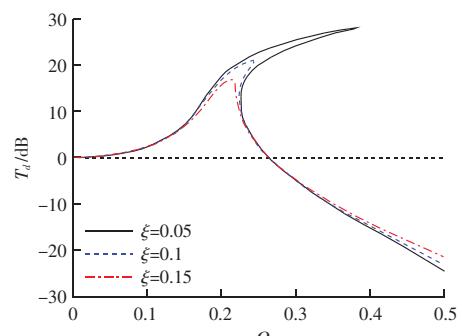


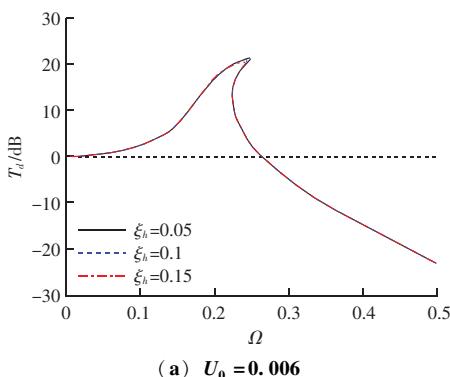
图 9 水平阻尼比对绝对位移传递率的影响

Fig. 9 The effect of horizontal damping ratio on absolute displacement transmissibility

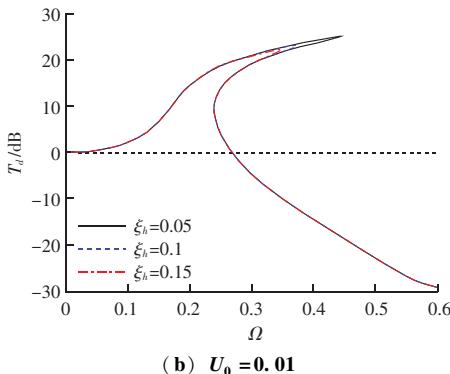
由图 10 可知， ξ_h 分别取 0.05、0.1、0.15，当位移激励幅值 U_0 为 0.006 时，增大水平阻尼比对位移传递率几乎没有影响；但当位移激励幅值 U_0 增大

研究与应用

至 0.01 时, 增大水平阻尼比使位移传递率曲线的峰值明显降低, 其对应的频率比明显减小, 原因在于: 在位移激励幅值较小时, 非线性阻尼力也较小, 此时对整个系统的影响较弱; 但随着位移激励幅值的增大, 非线性阻尼力也随之增大, 系统的隔振性能随之提高。然而, 增大水平阻尼比不能改变起始隔振频率比。



(a) $U_0 = 0.006$



(b) $U_0 = 0.01$

图 10 坚直阻尼比对绝对位移传递率的影响

Fig. 10 The effect of vertical damping ratio on absolute displacement transmissibility

3.5 位移激励幅值

如图 11 所示, 随着位移激励幅值的增大, 系统的非线性影响明显增强, 位移传递率曲线峰值有所增加, 其对应的频率比也有所增加, 但起始隔振频率比几乎没有变化。上述现象说明, 位移激励幅值的增加会导致较大的响应幅值, 这将导致更强的非线性, 使位移传递率峰值增加, 也使峰值对应的频率比增大。

4 验证

为验证新型 LQZS 系统的隔振效果, 与传统准零刚度隔振系统 (QZS)^[19]、线性隔振系统 (Linear)^[20] 进行对比, 且各参数的取值与前文相同。

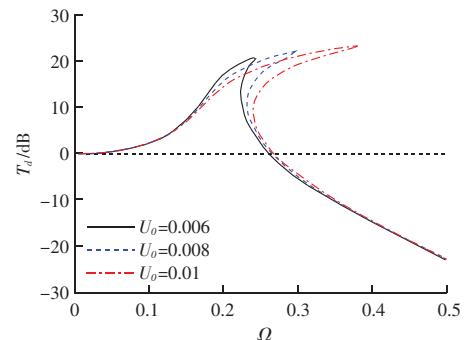
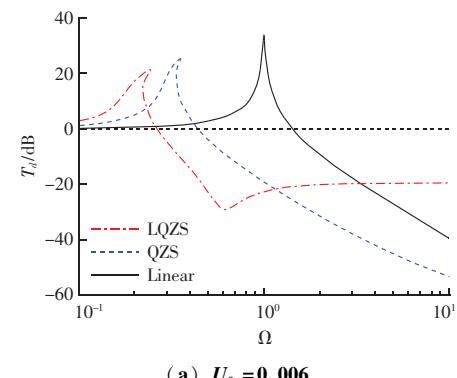


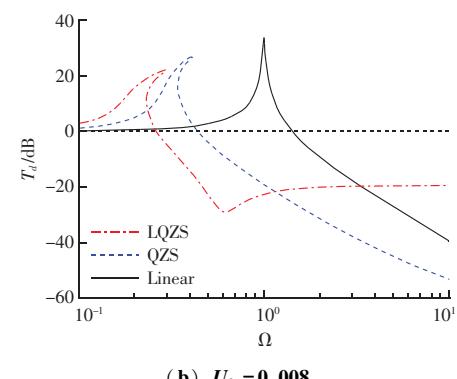
图 11 位移激励幅值对绝对位移传递率的影响

Fig. 11 The effect of displacement excitation amplitude on absolute displacement transmissibility

如图 12 (a) 所示, 当位移激励幅值 $U_0 = 0.006$ 时, 新型 LQZS 系统的位移传递率曲线峰值更低, 且峰值对应的频率比也向低频移动, 起始隔振频率更低。因此, LQZS 系统隔振效果最好, 有效隔振范围最广。



(a) $U_0 = 0.006$



(b) $U_0 = 0.008$

图 12 三种隔振系统的绝对位移传递率比较

Fig. 12 Comparisons of absolute displacement transmissibility of three isolation systems

随着位移激励幅值增大至 0.008, 如图 12 (b) 所示, LQZS 系统的非线性增强, 位移传递率曲线向右弯曲的程度增加。然而, 此时的 LQZS 系统的位移传递率曲线峰值、峰值对应的频率比、起始隔振频

率比依然优于另外两种隔振系统。

虽然在低频处, LQZS 系统隔振效果很好, 但在高频区域, 其位移传递率会收敛到固定值, 其隔振效果较另外两种隔振系统稍差。

5 结论

对新型杠杆式准零刚度隔振系统进行了静态特性分析和动态特性分析, 使用谐波平衡法分析了质量比、杠杆比、刚度比、阻尼比和激励幅值对系统位移传递率曲线的影响, 并与等效的传统准零刚度隔振系统、线性隔振系统进行对比, 得到以下主要结论:

(1) 相对于传统的准零刚度隔振系统、线性隔振系统, 新型杠杆式准零刚度隔振系统具有良好的低频隔振性能, 其位移传递率曲线峰值更低。

(2) 杠杆元件的放大作用, 可以使设计更加轻量化。

(3) 除质量比 μ_2 外, 增大质量比 μ_1 、竖直阻尼比 ξ 可以降低位移传递率曲线的峰值及其对应的频率比; 在激励幅值较小时, 水平阻尼比 ξ_h 对隔振效果的改善没有显著作用, 随着位移激励幅值的增大, 系统的非线性增强, 但增大水平阻尼比可以使位移传递率曲线峰值及其对应的频率比均降低。此外, 在有效取值区域内, 增大杠杆比 η 或增大刚度比 k_n , 可以使位移传递率曲线向低频移动, 扩大了有效隔振范围, 极大地改善了低频隔振性能。

参 考 文 献

- [1] 冯青松, 齐英睿, 周涛, 等. 地铁环境振动对精密仪器影响的预测与分析 [J]. 噪声与振动控制, 2025, 45 (2): 185–190.
- [2] 孙晓静, 袁扬, 马蒙, 等. 地铁列车运行引起远场低频振动响应预测研究 [J]. 振动与冲击, 2017, 36 (4): 198–202.
- [3] 薛聪聪, 张万福, 田海洋, 等. 一种质量可调准零刚度隔振系统设计及动力学特性研究 [J]. 机械工程学报, 2025, 61 (1): 209–219.
- [4] 刘国勇, 郝鹏鹏, 赵鹏鹏, 等. 一种几何非线性低刚度高阻尼隔振器动态特性研究 [J]. 湖南大学学报 (自然科学版), 2022, 49 (4): 168–176.
- [5] 徐鉴. 振动控制研究进展综述 [J]. 力学季刊, 2015, 36 (4): 547–565.
- [6] ZHANG Y, WEN H, HU H, et al. A novel quasi-zero stiffness isolator with designable stiffness using cam–roller–spring–rod mechanism [J]. Acta Mechanica Sinica, 2024, 41 (6): 524210.
- [7] 刘涛, 李爱群. 准零刚度隔振系统的分析及研究进展 [J]. 东南大学学报 (自然科学版), 2023, 53 (6): 997–1012.
- [8] ZHAO F, JI J C, YE K, et al. Increase of quasi-zero stiffness region using two pairs of oblique springs [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 144: 106975.
- [9] 柴凯, 胡俊波, 韦云鹏, 等. 电磁式准零刚度隔振器设计与试验 [J]. 船舶工程, 2023, 45 (11): 62–68.
- [10] 利云云. 基于欧拉屈曲梁的双层准零刚度隔振器行为和实验研究 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2021.
- [11] 邵敏强, 利云云, 周徐斌, 等. 一类双层高静低动刚度隔振系统试验研究 [J]. 振动工程学报, 2025, 38 (1): 47–53.
- [12] 田海洋, 张万福, 薛聪聪, 等. 基于凸轮–滚子结构的多自由度准零刚度系统设计 [J]. 振动与冲击, 2024, 43 (13): 172–179.
- [13] 赵峰, 秦浦, 杜文辽, 等. 斜杆拉簧负刚度机制的恒值准零刚度超低频隔振设计 [J]. 机械工程学报, 2024, 60 (17): 223–234.
- [14] TANG B, BRENNAN M J. A comparison of two nonlinear damping mechanisms in a vibration isolator [J]. Journal of Sound and Vibration, 2013, 332 (3): 510–520.
- [15] YU N, YANG K, WU Z, et al. Low-frequency vibration absorption of magnetic quasi-zero-stiffness structures with lever mechanism [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2024, 267: 108973.
- [16] DENG J, YANG J, ZHAO J, et al. An approach for realizing lightweight quasi-zero-stiffness isolators via lever amplification [J]. Journal of Sound and Vibration, 2025, 596: 118740.
- [17] LIU C, YU K. A high-static low-dynamic-stiffness vibration isolator with the auxiliary system [J]. Nonlinear Dynamics, 2018, 94 (3): 1549–1567.
- [18] CARRELLA A, BRENNAN M J, WATERS T P, et al. Force and displacement transmissibility of a nonlinear isolator with high-static-low-dynamic-stiffness [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2012, 55 (1): 22–29.
- [19] 刘延柱, 陈立群, 陈文良. 振动力学 (三版) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2019.