

粗粒土抗剪强度与颗粒粒径及形状的相关性研究^{*}

Research on Correlation between Shear Strength of Coarse-grained Soil and Particle Size and Shape

薛明华¹, 鹿传磊², 林宇³, 关鹏³, 李立辰³

(1. 济南市勘察测绘研究院, 山东 济南 250101; 2. 中国地质调查局哈尔滨自然资源综合调查中心, 黑龙江 哈尔滨 150081; 3. 中国地质大学(武汉), 湖北 武汉 430074)

摘要: 为了揭示粗粒土抗剪强度与其颗粒粒径和形状的相关性, 进而实现在不开展相关试验的情况下通过颗粒粒径和形状统计指标估算粗粒土的抗剪强度。采用大尺寸的直剪仪对不同粒径的玻璃珠开展室内直剪试验, 在此基础上, 采用颗粒流离散元软件对相同形状、不同粒径以及相同粒径、不同形状的仿真粗粒土分别开展了仿真直剪试验, 揭示颗粒粒径和形状对粗粒土抗剪强度的影响规律; 采用多元线性回归的方法, 建立了粗粒堆积体内摩擦角与颗粒表面积比、球形度和粒径的函数关系。结果表明: 颗粒粒径越大, 粗粒土的抗剪强度越大, 两者具有较好的二次函数关系; 颗粒的球形度共和表面积比可作为影响粗粒土抗剪强度的关键三维形状指标; 在不考虑颗粒破碎的情况下, 颗粒粒径和颗粒形状与内摩擦角有良好的相关性。研究结果可以用于初步估算粗粒土的抗剪强度, 具有一定的实用性。

关键词: 颗粒形状; 剪切强度; 粗粒土; 离散元

中图分类号: TU441

文献标志码: A

文章编号: 1005-8249(2024)04-0074-07

DOI:10.19860/j.cnki.issn1005-8249.2024.04.013

XUE Minghua¹, LU Chuanlei², LIN Yu³, GUAN Peng³, LI Lichen³

(1. Ji'nan Institute of Geotechnical Investigation and Surveying, Ji'nan 250101, China;

2. Harbin Center for Integrated Natural Resources Survey of China, Harbin 150081, China;

3. China University of Geosciences, Wuhan 430074, China)

Abstract: In order to reveal the correlation between the shear strength of coarse-grained soil and its particle size and shape, it is possible to estimate the shear strength of coarse-grained soil through the statistical indicators of particle size and shape without conducting relevant experiments. The laboratory direct shear test was carried out on glass beads with different particle sizes by using a large-size direct shearing apparatus. The simulated direct shear tests were carried out respectively to reveal the influence of particle size and shape on the shear strength of coarse-grained soils. The method of multiple linear regression was used to establish the relationship between internal friction angle and particle surface to volume ratio, sphericity and particle size. The results show that the larger the particle size, the greater the shear strength of coarse-grained soil, and the two have a good quadratic function relationship. The sphericity to surface area ratio of particles can be used as a key three-dimensional shape

* 基金项目: 中国博士后科学基金(2022M712964); 岩土钻掘与防护教育部工程研究中心实验室开放项目(202203)。

作者简介: 薛明华(1984—), 男, 硕士, 高级工程师, 研究方向: 岩土工程勘察、设计。

通信作者: 关鹏(1988—), 男, 博士(后), 讲师, 研究方向: 岩土工程勘察、设计。

收稿日期: 2023-01-29

index affecting the shear strength of coarse-grained soil. Without considering particle breakage, particle size and particle shape correlate well with the internal friction angle. The results of this study can be used to preliminarily estimate the shear strength of coarse-grained soil, which has certain practicability.

Keywords: particle shape; shear strength; coarse-grained soil; discrete element method

0 引言

经风化堆积且未经长期地质搬运作用而成的粗粒土土粒多棱角鲜明,在不考虑颗粒破碎的情况下,颗粒的粒径分布和形状是粗粒土抗剪强度的主要影响因素^[1-2]。已有室内直剪试验结果表明,砂土的内摩擦角随着颗粒粒径的增大而增大。球形度、棱角度和粗糙度分别从三个不同尺度量化了颗粒的形态特征^[3-4],由于它们之间没有相关性,因此被认为是评价颗粒形状的基本指标^[4]。室内及数值模拟试验结果表明,随着颗粒棱角度的增加,颗粒材料的内摩擦角逐渐增加^[5]。

已有的关于粗粒土抗剪强度指标与其主要影响因子间关系的研究较多,但多数结论是定性的^[6-8],没有提出相关的定量关系。主要原因在于,影响粗粒土剪切强度的因素众多,基于一两种主要因素预测其剪切强度缺乏科学严谨性;另一方面,众多影响因子间具有相关性,很难将单一因素单独分离^[9]。虽然存在上述问题,但是开展基于统计和拟合理论的经验公式研究,可为初步确定粗粒土剪切强度参数提供参考,缩减工程试验成本。

叶加兵^[10]归纳总结了几种量化颗粒形状的方法,这些参数包括:长宽比、扁平度、圆形度、球形度和实用球形度;刘清秉等^[11-12]采用光学显微镜获取颗粒形状的图像,通过 ImageJ 图像处理软件获取颗粒轮廓线和相关几何参数,如颗粒数量、面积、尺寸、周长等,测量值与实际值的比例系数通过相同方法测量的标准球形颗粒获取。

目前,尚不能通过简单的测量来获取一个具有代表性的、能准确表示土粒形态的形状参数。为了揭示粗粒土抗剪强度与其颗粒粒径和形状的相关性,采用大尺寸的直剪仪对不同粒径的玻璃珠开展了室内直剪试验。在此基础上,采用颗粒流离散元软件对相同形状、不同粒径以及相同粒径、不同形状的仿真粗粒土分别开展仿真直剪试验,研究颗粒粒径和形状对粗粒土抗剪强度的影响规律,采用多元线

性回归的方法,建立粗粒土堆积体内摩擦角与颗粒表面积比、球形度和粒径的函数关系。

1 室内直剪试验及分析

1.1 直剪试验

直剪试验仪采用美国 Geocomp 公司生产的 Shear-Trac II 大型直剪仪,剪切盒尺寸为 305 mm × 305 mm,如图 1 所示。被剪试样为单一粒径标准球状玻璃砂,粒径分为 2、5、10 和 20 mm 四种,均为实心。经游标卡尺测量,部分玻璃砂直径误差在 0.1 mm 以内,密度为 $2.5 \times 10^3 \sim 2.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$,玻璃砂内部无可视气泡,质量可靠。经相对密度试验获取了每种粒径玻璃砂的极限堆积密度,制样时通过质量控制获取相对密度为 0.5 的试样。

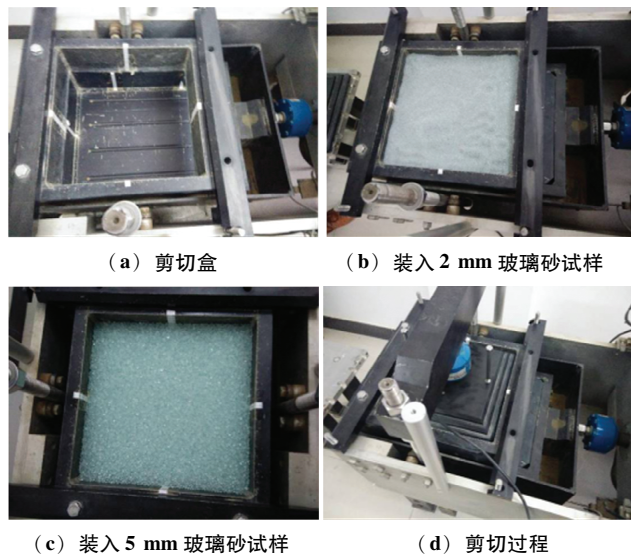


图 1 玻璃砂的宏观直剪试验

Fig. 1 Macroscopic direct shear test of glass sand

将试样(玻璃砂)填满剪切盒,加垂直荷载至目标压力后,给上剪切盒施加水平荷载,使上剪切盒以 0.8 mm/min 的速度匀速运动,直至试样被剪坏。在这个过程中,由操作系统获取剪应力-剪位移、垂直应力-垂直位移和水平位移-垂直位移等相关数据。每种压力的试验重复做 3 次,取均值。

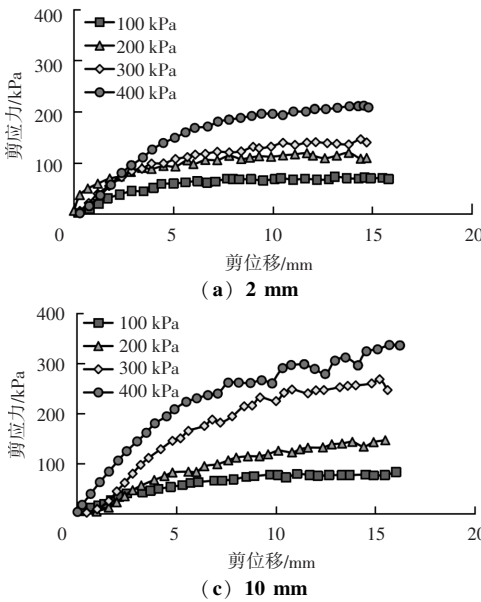
岩土力学

1.2 直剪试验数据及分析

每组试验的法向应力为 100、200、300 和 400 kPa。各组玻璃砂的剪应力和剪位移曲线如图 2 所示。各组玻璃砂的内摩擦角见表 1。

表 1 不同粒径玻璃砂的内摩擦角

Table 1 Internal friction angle of glass sand with different particle sizes /°			
2 mm	5 mm	10 mm	20 mm
26.8	34.8	39.8	41.6



上述试验结果表明：随着玻璃砂粒径的增大，其堆积体内摩擦角在逐渐增大。由于试验样本数量太少，要得到更多的不同粒径玻璃砂的抗剪强度变化数据，就需要更多的实际试验支持，而玻璃砂的直剪试验是比较昂贵的，然而在这些数据的基础上做直剪试验的离散元模拟，不仅试验条件易于控制，而且可以节约成本。

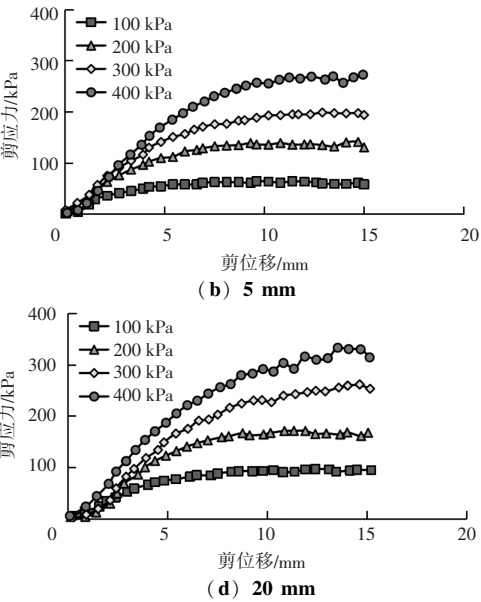


图 2 不同粒径玻璃砂的剪应力 - 剪位移曲线
Fig. 2 Shear stress-shear shift curve of glass sand with different particle sizes

2 数值模拟

2.1 模拟步骤

与室内直剪试验一致，模拟试验尺寸长 × 宽 × 高为 0.3 m × 0.3 m × 0.2 m。因玻璃砂没有黏结强度，采用考虑旋转阻力的线性接触模型，采用球形颗粒。

PFC 模拟直剪试验主要分为四大步骤：建模、加压、加载和求解，详细步骤如下：

(1) 创建模型。如图 3 所示，直剪试验的模型分为墙体和试样颗粒两个部分。墙体分为上剪切盒和下剪切盒两个部分，上、下剪切盒在剪切面上是连通的。法向压应力通过上下两个水平板传递给颗粒。剪切时，下盒不动，赋予上盒恒定的速度。为了防止颗粒在剪切位移较大时，颗粒从左右两端空隙溢出，影响试验结果，在模拟时，中间剪切面位置布置双层平面，让其中一层平面随上盒一起移动。

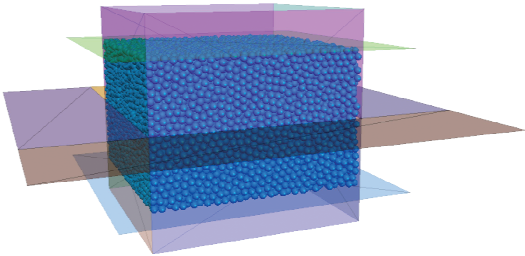


图 3 直剪试验仿真模型
Fig. 3 Simulation model of direct shear test

仿真颗粒的半径与玻璃砂的半径相同。通过 PFC 中 distribute 命令在剪切盒内生成等粒径颗粒，在初始时颗粒会有大量的重叠，为了消除过大的重叠量，使颗粒均匀的分散于剪切盒内，在赋予颗粒属性时，让它们的切向刚度为 0，这样通过有限步的循环使颗粒均匀散开。另外，为了防止颗粒初始速度过大而溢出墙体，在循环时采用 calm 命令，每隔固定步数将颗粒的速度置 0。

(2) 施加法向力。采用伺服控制施加恒定目标法

向应力, 施加法向应力为 100、200、300 和 400 kPa。

(3) 加载。待法向应力稳定后, 以恒定的水平速率移动上剪切盒。在 PFC 中, 剪切速度比室内直剪试验的大, 因为在 PFC 中颗粒和接触处有阻尼作用, 可设置较大的剪切速度以提高效率, 但前提是所施加的剪切速率能够使仿真试样在剪切过程中始终处于准静态。采用的剪切速度为 0.01 m/s。

(4) 求解。在加载以后, 开始记录试验数据, 同时记录图像。PFC 模拟直剪试验的求解过程是采用让程序运行固定的物理时间的方式, 在运行的同时监测并记录有效的试验数据。通过 solve time 命令让模型求解物理时间为 5 s。因为加载的速度是 0.01 m/s, 最终的剪位移是 50 mm。

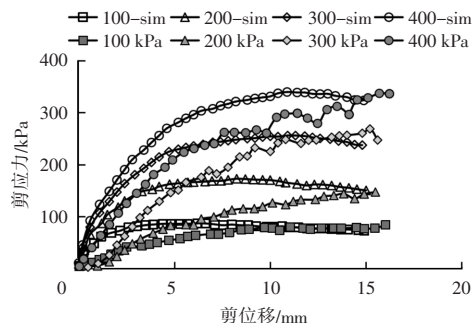
2.2 标定 PFC 参数

主要的细观参数包括颗粒和墙体的法向和切向刚度 K 、摩擦系数 μ 和抗旋转系数 μ_r , 以 10 mm 和 20 mm 粒径的球形颗粒模型为对象, 经过反复试算, 使模拟的剪应力 - 剪位移曲线逐渐接近于宏观试验

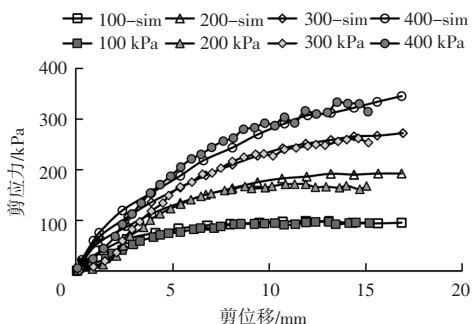
确定的曲线。

(1) 10 mm 粒径模拟试验与室内试验剪切过程中剪应力的比对。在 100、200、300 和 400 kPa 四种法向压力下, 不断调整细观参数, 得到模拟试验的剪应力 - 剪位移曲线以及抗剪强度包络线, 如图 4 (a)、(b) 所示。图中模拟试验曲线与实际试验曲线的峰值接近, 表现为抗剪强度包络线的一致性。室内试验的内摩擦角为 39.8° , 而模拟试验的内摩擦角为 40.55° , 抗剪强度包络线基本上是重叠的。

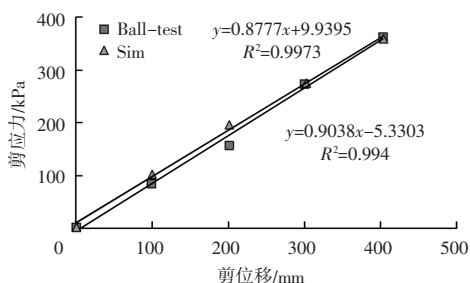
(2) 20 mm 粒径模拟试验与室内试验剪切过程中剪应力的比对。20 mm 粒径玻璃砂的模拟试验与 10 mm 粒径模拟试验使用相同的细观参数, 得到剪应力 - 剪位移曲线以及抗剪强度包络线, 并与室内试验的曲线做比对, 如图 4 (c)、(d) 所示。模拟的剪应力 - 剪位移曲线与宏观试验的剪应力 - 剪位移曲线吻合度比较好, 并且抗剪强度包络线比较接近, 内摩擦角偏差不大 (约 1°)。通过验证, 确定了模拟试验的细观参数, 见表 2。



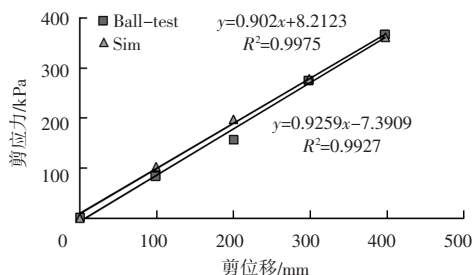
(a) 粒径为 10 mm 时的剪应力 - 剪位移曲线



(c) 粒径为 20 mm 时的剪应力 - 剪位移曲线



(b) 粒径为 10 mm 时的摩尔 - 库仑准则拟合



(d) 粒径为 20 mm 时的摩尔 - 库仑准则拟合

图 4 室内及模拟试验获取的剪切过程中的剪应力以及抗剪强度包络线

Fig. 4 The shear stress and shear strength envelope during the shear process obtained in indoor and simulation tests

2.3 非球形颗粒模型的构建

正多面体因为其每个面的形状都一样, 外形单一, 构造简单, 并且只存在五种, 即正四面体、正

方体、正八面体、正十二面体和正二十面体, 可以作为不规则形状研究的基础。棱长为 1 的正多面体, 其尺寸和形状参数见表 3。

岩土力学

表 2 模拟试验细观参数

Table 2 Detailed observation parameters of the simulation test		
类型	细观参数	标定值
墙体	法向刚度/kPa	10 ⁶
	切向刚度/kPa	10 ⁶
颗粒模型	颗粒法向刚度/kPa	10 ⁶
	颗粒切向刚度/kPa	10 ⁶
	孔隙率	0.4
	摩擦系数/抗旋转系数	0.3
	剪切速度/ (m/s)	0.01
	颗粒密度/ (kg/m ³)	2500

基于正多面体 5 种的几何轮廓，采用 clump 模块功能分别构建颗粒簇，分别为正四面体颗粒簇、正方形颗粒簇、正八面体颗粒簇、正十二面体颗粒簇和正二十面体颗粒簇。每种类型的颗粒簇具有不同的球形度和表面积比等形状参数，见表 4。

表 3 单位棱长的多面体几何尺寸

Table 3 Polyhedral geometry of unit edges					
几何尺寸	正四面体	正方体	正八面体	正十二面体	正二十面体
长度 L	1	1.732	1.414	2.802	1.902
宽度 B	0.168	0.371	0.282	0.808	0.523
最大费雷特直径 $F_{\max}$	1	1.732	1.414	2.802	1.902
最小费雷特直径 $F_{\min}$	0.707	1	0.817	2.227	1.511
等体积球表面积 S_q	1.163	4.836	2.928	18.797	8.136
表面积 S	1.732	6	3.464	20.646	8.660
等体积球直径 D_q	0.609	1.241	0.965	2.446	1.609
最小外接球半径 $R_{\text{外}}$	1.225	1.732	1.414	2.803	1.902
最大内切球半径 $R_{\text{内}}$	0.408	1	0.816	2.227	1.512
体积 V	0.118	1	0.471	7.663	2.182
长宽比	5.958	4.665	5.014	3.468	3.634
扁平度	1.414	1.732	1.731	1.258	1.259
圆形度	0.672	0.806	0.845	0.910	0.939
实用球形度	0.497	0.716	0.683	0.873	0.846
球形度	0.333	0.577	0.577	0.795	0.795

表 4 正多面体颗粒簇形状指标
Table 4 Index of positive polyhedral particle cluster shape

颗粒簇类型	球单元			颗粒簇					
	数量/个		半径/mm	体积/mm ³	中心至外轮廓 最小值/mm	中心至外轮廓 最大值/mm	球度	表面积比	密度 / (kg/m ³)
	合计	分类							
正四面体	11	11 个球	3.95	2.95	3.95	12	0.33	1.42	2500
正方体	9	8 个小球	4.39	4.02	8.78	12	0.73	1.19	2500
		1 个大球	8.78						
正八面体	19	18 个小球	4.00	3.59	7.21	12	0.60	1.26	2500
		1 个大球	7.21						
正十二面体	33	32 个小球	3.16	4.71	8.26	12	0.69	1.54	2500
		1 个大球	8.26						
正二十面体	43	42 个小球	4.14	5.27	9.65	12	0.80	1.13	2500
		1 个大球	9.13						

颗粒簇与球形颗粒在生成模型时有很大区别，球形颗粒不需要考虑颗粒生成时的方向，即空间方向角。而颗粒簇不同，不同形状的颗粒簇形成的模型，其力学特性很大程度上受颗粒簇的空间排列的影响。以正四面体颗粒簇为例，采用直接生成法和等体积替换法（先采用球形颗粒生成模型，待模型处于平衡状态后，等体积的将球形颗粒转化为目标多面体颗粒簇，然后再重新平衡）生成颗粒簇模型并进行比对。对比两种方法生成的颗粒簇模型，采用球形颗粒替换法生成的颗粒簇模型比直接生成法生成的模型分散度要好，表现为表面较为平整，直接生成法形成的颗粒簇模型中心切片比较松散，而球形颗粒替换法形成的颗粒簇模型中心切片较为均匀和密实。

3 结果及讨论

3.1 颗粒粒径与内摩擦角的关系

室内试验表明，内摩擦角随着粒径的增大而增大（见表 1）。试验粒径范围是 2~20 mm，由于样本数量少，统计分析得出的经验关系曲线具有多解性，如上凸抛物线的上升段、对数曲线、双曲线等均可得出比较理想的拟合效果。为了使拟合曲线的精确度更高，需要借助于模拟直剪试验来增加统计样本的数量，考虑到 5 mm 粒径以下的直剪试验模拟比较困难（计算成本高），所增加的模拟试验选取的粒径分别为 12、15、16 和 18 mm。图 5 所示为内摩擦角与颗粒粒径的关系，可见，内摩擦角随着粒径的增大而增大，但是内摩擦角的增量比粒径的增量小，

二者呈非线性关系，曲线表现为上凸形。最优拟合曲线对应的修正相关系数为 0.901，残差平方和为 3.17，方程的拟合优度很高， P 值为 7.8×10^{-13} ，回归方程在 7.8×10^{-13} 的统计意义上是显著的。

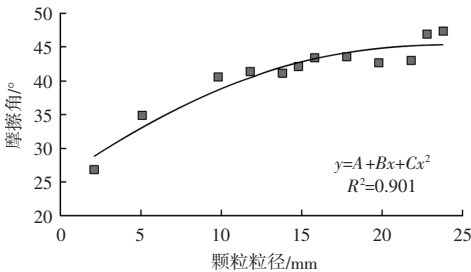


图5 不同粒径试样对应的内摩擦角

Fig. 5 Internal friction angles corresponding to samples of different particle sizes

综上，获取粒径与内摩擦角的函数关系为：

$$\varphi = 25.418\ 18 + 1.719\ 26r - 0.037\ 16r^2 \quad (1)$$

式中各系数相关性系数见表 5，上式可表示为：

$$\varphi = -0.037\ 16\ (r - 23.133\ 208)^2 + 45.304\ 179 \quad (2)$$

表 5 最优拟合曲线信息
Table 5 Optimal fitting curve information

A		B		C		统计量	
值	误差	值	误差	值	误差	简化卡方统计	修正 R^2
25.41	2.00	1.71	0.33	-0.03	0.01	3.17	0.901

3.2 颗粒形状与内摩擦角的关系

采用 5 种正多面体颗粒簇构建仿真模型并获取相同条件下剪切过程中的的剪应力，进而获取试样的

表 7 内摩擦角与四种形状指标的多元线性拟合模型汇总^{a,b}
Table 7 Summary^{a,b} of the multiple linear fitting model of the internal friction angle and the four shape indexes

R	R^2	调整 R^2	标准误差	更改统计量					Durbin-Watson 值
				R^2	差异性	自由度 1	自由度 2	差异显著性水平	
0.916 ^a	0.839	0.677	1.72055	0.839	5.199	2	2	0.161	1.312

注：a. 预测变量： $R_{\min}$ ， $R_{\max}$ ，表面积比，球形度；b. 因变量：内摩擦角。

$$\varphi = 22.272S - 126.869(\bar{S} - 1.434\ 96)^2 + 49.034\ 424 \quad (4)$$

式 (3) 和式 (4) 归纳了五种正多面体颗粒簇表面积比和球形度对内摩擦角的影响，对于半径是 12 mm 的球形颗粒来说，球形度和表面积比都等于 1，用式 (3) 预测的内摩擦角为 47.30°，为了验证结果的准确性，在 PFC 中做了相关的模拟试验，获得由 12 mm 球形颗粒的抗剪强度包络线求得内摩擦角为 47.44°，两者十分吻合。

需要注意的是，式 (4) 是基于固定的颗粒粒径

内摩擦角，见表 6。借助于多元统计，分析各种形状参数对内摩擦角的贡献度。选取四种具有代表性的颗粒形状参数，分别是颗粒中心至外轮廓最小距离 $R_{\min}$ 、颗粒中心至外轮廓最大距离 $R_{\max}$ 、球形度 S 和表面积比共 4 个因子（见表 3）。

表 6 正多面体颗粒簇构成的试样的峰值内摩擦角
Table 6 Inner-peak friction angles of samples formed by positive polyhedral particle clusters /°

正四面体	正六面体	正八面体	正十二面体	正二十面体
56.36	57.71	58.49	63	55.04

在 SPSS 中以内摩擦角为自变量，四种形状参数为因变量作多元线性回归，见表 7。修正的复相关系数 R^2 用于检验模型对样本观测值的拟合优劣，越接近于 1，拟合优度越高。Durbin-Watson 值用于检验回归模型的随机误差项是否存在自相关性，该值越接近于 2，表示模型一般不存在自相关。由表中可以看出拟合度和误差独立性检验均不理想。这就意味着模型的各种误差太大，或自变量与因变量存在非线性关系，或自变量对于因变量影响很小，可以忽略。

采用 Datfit 自动分析与内摩擦角相关性较高的因子，进而确定最优拟合方程如下式所示：

$$\varphi = -212.203 + 22.272S + 364.104\bar{S} - 126.869\bar{S}^2 \quad (3)$$

式中： S 为球形度； $\bar{S}$ 为表面积比； φ 为内摩擦角。常数项标准误差为 4.014，球形度系数标准误差 0.238，表面积比系数标准误差 5.783，表面积比平方系数标准误差为 2.123。式 (3) 可表示为：

(12 mm) 得出的，其常数项必定和半径等因素有关，由 3.1 节已经获取了颗粒的粒径与内摩擦角的最优函数拟合关系（式 (2)），将式 (4) 作如下处理：

$$\varphi = 22.272S - 126.869(\bar{S} - 1.434\ 96)^2 + C_0(D + C_1)^2 + C_2 \quad (5)$$

式中： C_0 、 C_1 和 C_2 为任意常数； D 为颗粒粒径。若令 $S = \bar{S} = 1$ ，则由式 (5) 可得：

$$\varphi = -1.730\ 372 + C_0(D + C_1)^2 + C_2 \quad (6)$$

式 (6) 与式 (2) 等价，可解得： $C_0 = -0.037\ 16$ ， $C_1 = -23.133\ 208$ ， $C_2 = 47.034\ 551$ ，带入式 (5) 得：

岩土力学

$$\varphi = 22.272S - 126.869(\bar{S} - 1.434\ 96)^2 - 0.037\ 16(D - 23.133\ 208)^2 + 47.034\ 551 \quad (7)$$

D 为粒径, 单位以 mm 计, 不规则的颗粒簇 D 值为其空间最大延伸长度。式 (7) 综合了粒径、表面积比和球形度三种形状参数因子和内摩擦角的函数关系。用式 (7) 来计算不同粒径玻璃珠的内摩擦角并且与室内试验结果作对比, 如图 6 所示, 根据标准差的大小可以得出在粒径为 2~20 mm 范围内估算的内摩擦角比较理想。图 6 中, 式 (7) 计算的内摩擦角比试验值稍小, 而该区间估算值稍大, 估算值与试验值总体上都为上凸的曲线。

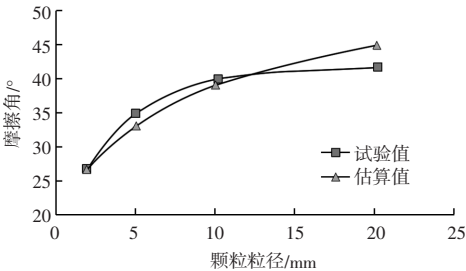


图 6 不同粒径玻璃珠的试验值与估算值对比
Fig. 6 Test values and estimates of glass beads of different particle sizes

4 结论

采用大尺寸的直剪试验获取了不同粒径玻璃珠的抗剪强度, 在此基础上, 采用颗粒流离散元仿真直剪试验, 基于玻璃砂的室内直剪试验标定了细观参数, 获取了仿真粗粒土抗剪强度与颗粒粒径和形状的相关性, 基于颗粒形状指标预测粗粒土剪切强度的经验公式, 并基于试验结果验证了经验公式的准确性。主要结论如下:

- (1) 颗粒粒径越大, 粗粒土的抗剪强度越大, 两者具有较好的二次函数关系。
- (2) 颗粒的球形度共和表面积比可作为影响粗粒土抗剪强度的关键三维形状指标。

(3) 在不考虑颗粒破碎的情况下, 颗粒粒径和颗粒形状与内摩擦角有很好的相关性。

参 考 文 献

[1] 杜俊, 侯克鹏, 程涌, 等. 高台阶排土场粒径分布特征与抗剪强度特性 [J]. 矿冶工程, 2022, 42 (6): 29-33, 39.

[2] 董宗磊, 童晨曦, 张升, 等. 粗粒土颗粒破碎的级配转移矩阵研究 [J]. 岩石力学与工程学报, 2021, 40 (7): 1504-1512.

[3] CHO G C, DODDS J, SANTAMARINA J C. Particle shape effects on packing density, stiffness, and strength: natural and crushed sands [J]. Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering, 2006, 133 (5): 591-602.

[4] CLAYTON C R I, ABBIREDDY C O R, SCHIEBEL R. A method of estimating the form of coarse particulates [J]. G otechnique. 2009, 59 (6): 493-501.

[5] SANTAMARINA J C. Soil behaviour: The role of particle shape [J]. Thomas Telford. 2004, 29 (3): 604-617.

[6] 梁彭, 魏玉峰, 黄鑫, 等. 基于结构信息的粗粒土抗剪强度模型研究 [J]. 铁道科学与工程学报, 2022, 19 (10): 2930-2940.

[7] 高青, 何政伟, 郝腾飞. 不同类型粗粒土抗剪强度特性试验研究 [J]. 辽宁工程技术大学学报 (自然科学版), 2020, 39 (3): 226-230.

[8] 李振, 李鹏. 粗粒土直接剪切试验抗剪强度指标变化规律 [J]. 防渗技术, 2002 (1): 11-14, 18.

[9] KANDASAMI R K, MURTHY T G. Manifestation of particle morphology on the mechanical behaviour of granular ensembles [J]. Granular Matter. 2017, 19 (2): 1-13.

[10] 叶加兵. 碎石颗粒形状评定及其对碎石料渗透性影响的初步研究 [D]. 武汉: 长江科学院, 2015.

[11] 刘清秉, 项伟, LEHANE B M, 等. 颗粒形状对砂土抗剪强度及桩端阻力影响机制试验研究 [J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30 (2): 11.

[12] 刘清秉, 项伟, 崔德山, 等. 砂土颗粒形状量化及其对力学指标的影响分析 [C] // 第七届全国青年岩土力学与工程会议. 2011.